>>> 学法指导

圆的切线的性质及判定

■上海音乐学院实验学校数学教师 郑燕蔚

●清楚切线的特征

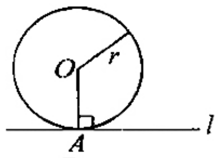

图1

由圆的切线的定义可知切线具有下列特征:

1. 切线与圆只有一个公共点,如图1所示,直线l与⊙O切于点A,则点A是直线l与⊙O的唯一公共点;

2. 圆心到切线的距离等于圆的半径,直线l是⊙O的切线,切点是A,⊙O的半径为r,则OA=r;

3. 切线垂直于经过切点的半径,直线l是⊙O的切线,切点是A,则l⊥OA;

4. 经过圆心并且垂直于切线的直线一定经过切点,直线l是⊙O的切线,l⊥OA,则A是切点;

5. 经过切点并且垂直于切线的直线一定经过圆心,直线l是⊙O的切线,A为切点,直线l⊥AB,则AB一定经过圆心。

【说明】⑴在上述特征中,1、2是切线概念的变式;⑵由3、4、5三条特征可知,如果具备圆与切线的三个条件中的两个,那么第三个就成立,这三个条件是:①垂直于切线;②过圆心;③过切点。

●掌握切线的判定方法

要判定一条直线是否是圆的切线,秘诀有三:一“查”,二“证”,三“计算”。

一“查”就是查看题设中是否告诉直线与圆有唯一的公共点,若有,则直线必然是圆的切线;二“证”就是知道直线与圆有公共点,但没有告诉是唯一的公共点时,可以通过证明“直线与过公共点的半径垂直”来说明直线是圆的切线;三“计算”就是题设中没有告诉直线与圆有公共点时,我们可以计算圆心到直线的距离来判断其是否等于圆的半径,若是,则说明直线是圆的切线。

总的来说,判定直线与圆相切的方法有三种:

1. 根据定义,和圆只有一个公共点的直线是圆的切线;

2. 到圆心的距离等于半径的直线是圆的切线;

3. 切线的判定定理:经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

●把握常见题型

1. 利用圆的切线进行运算

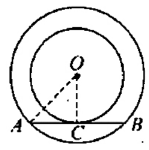

图2

【例1】 如图2,在同心圆⊙O中,大圆的弦AB切小圆于点C,AB=6cm,求圆环的面积。

【解析】 因为大圆的弦AB切小圆于点C,连接OA,OC,可得OC⊥AB,进而根据垂径定理可得$AC=\frac{1}{2}AB=3$。故圆环的面积为$\pi\cdot OA^2-\pi\cdot OC^2=\pi(OA^2-OC^2)=\pi\cdot AC^2=9\pi cm^2$。

2. 利用圆的切线进行证明

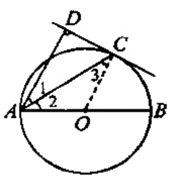

图3

【例2】 如图3,AB为⊙O的直径,C为⊙O上一点,AD与过点C的切线互相垂直,垂足为D,求证:AC平分∠DAB。

【解析】 要证明AC平分∠DAB,就是要证∠1=∠2。

因为C为切点,连接OC,则OC⊥CD。又AD⊥CD,所以AD∥OC,得到∠1=∠3。

又∵OA=OC,∴∠2=∠3。

∴∠1=∠2,即AC平分∠DAB。

3. 判定圆的切线

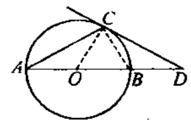

图4

【例3】 如图4,已知AB为⊙O的直径,点D在AB的延长线上,BD=OB,点C在圆上,∠CAB=30°,求证:DC是⊙O的切线。

【解析】 要想证明DC是⊙O的切线,只要连接OC,证明∠OCD=90°即可。

∵AB为⊙O的直径,∴∠ACB=90°。

∵∠CAB=30°,∴∠CBO=60°。

又OB=OC,∴△COB是等边三角形。∴BC=OB。

∵BD=OB,∴BC=OD。

∴∠COB=2∠BCD。∴∠BCD=30°。

∴∠OCD=∠OCB +∠BCD=90°。

∴DC是⊙O的切线。

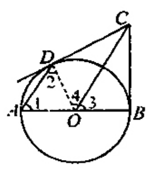

图5

【评注】 一定要分清圆的切线的判定定理的条件与结论,特别注意“经过半径的外端”和“垂直于这条半径”这两个条件缺一不可,否则就不是圆的切线。

【例4】 如图5,已知AB为⊙O的直径,过点B作⊙O的切线BC,连接OC,弦AD∥OC,求证:CD是⊙O的切线。

【解析】 连接OD。欲证明CD是⊙O的切线,只要证明∠ODC=90°即可。

∵AD∥OC,∴∠1=∠3,∠2=∠4。

∵OA=OD,∴∠1=∠2。∴∠3=∠4。

又∵OB=OD,OC=OC,

∴△OBC≌△ODC。

∴∠OBC=∠ODC。

∵BC是⊙O的切线,∴∠OBC=90°。

∴∠ODC=90°。∴DC是⊙O的切线。

>>> 学法指导

测量物体密度三法

■控江初级中学物理教师 刘永红

测量物体密度是初中物理学习的重点和难点,加之物体有固体、液体、气体之分,且固体又可为密度大于水的和密度小于水的两类,形状又有规则和不规则之分。所以,测量物体密度的方法就较多。

●测量固体的密度

1. 测量形状规则的固体密度

用天平称出固体的质量m(或用弹簧秤测出被测物体的重量G,由m=G/g算出质量);再用刻度尺测量物体的长、宽、高或直径等,用公式算出体积V;把测量的质量和体积代入公式ρ=m/V,算出固体的密度。

2. 测量形状不规则的固体密度

用天平称出待测固体的质量m(或用弹簧秤测出被测物体的重量G,由m=G/g算出质量);然后用量筒或量杯采用排液法(或叫浸入法)测量固体的体积V;将测量值代入公式ρ=m/V,算出固体的密度。

●测量液体的密度

【方法一】 用量筒测出待测液体的体积(一般取整数),然后用天平测出空烧杯的质量m_1及烧杯和待测液体的总质量m_2,算出待测液体的质量$m=m_2-m_1$;把测得的液体的质量和体积代入公式ρ=m/V,算出液体的密度。

【方法二】 用比重计测液体密度。比重计上标的是被测液体的密度和水的密度的比值,测量时比重计的读数是几,就表示被测液体密度是水的密度的几倍。

●利用阿基米德定律测量物体的密度

用阿基米德定律可以测ρ大于所用液体密度($\rho_{\text{物}}>\rho_{\text{液}}$)的固体的密度,也可以测量未知液体的密度。

【方法一】 得视重G',从而可算出固体在水中所受的浮力$F_{\text{浮}}=G-G'$。根据阿基米德定律$F_{\text{浮}}=\rho gV_{\text{排}}$,当物体浸没在水中时,$V_{\text{物}}=V_{\text{排}}=(G-G')/(\rho_{\text{水}}g)$,再根据密度公式$\rho_{\text{物}}=m/V_{\text{物}}$,求得$\rho_{\text{物}}=(\rho_{\text{水}}gm)/(G-G')=(\rho_{\text{水}}G)/(G-G')$。(这里是指当$\rho_{\text{物}}>\rho_{\text{液}}$情况下测未知固体密度的方法)

若上述的质量不是由公式m=G/g算出而是利用天平测出的,则所测密度的结果就更准确。用此法测量固体的密度虽然比较麻烦,但结果比较准确。

【方法二】 用阿基米德定律求未知液体密度。先用弹簧秤测定固体($\rho_{\text{固}}>\rho_{\text{水}}$)在空气中的实重G,再将固体浸没在水中,测出固体在水中的视重$G'_{\text{水}}$,从而可得固体在水中所受的浮力$F_{\text{水}}=G-G'_{\text{水}}$,再将固体从水中取出擦干,然后再浸没在未知液体中,测出固体在未知液体中的视重$G'_{\text{液}}$,从而可得固体在未知液体中所受的浮力$F_{\text{浮液}}=G-G'_{\text{液}}$。

根据阿基米德定律$F_{\text{浮水}}=G-G'_{\text{水}}=\rho_{\text{水}}gV_{\text{排水}}$,当固体全部浸没在水中时,$V_{\text{物}}=V_{\text{排水}}=(G-G'_{\text{水}})/(\rho_{\text{水}}g)$。

根据阿基米德定律$F_{\text{排液}}=G-G'_{\text{液}}=\rho_{\text{液}}gV_{\text{排液}}$,当固体全部浸没在液体中时,$V_{\text{物}}=V_{\text{排液}}=(G-G'_{\text{液}})/(\rho_{\text{液}}g)$。

所以, $(G-G'_{\text{液}})/(\rho_{\text{液}}g)=(G-G'_{\text{水}})/(\rho_{\text{水}}g)$。

则$\rho_{\text{液}}=(G-G'_{\text{液}})\rho_{\text{水}}/(G-G'_{\text{水}})$ (这里是指在$\rho_{\text{物}}>\rho_{\text{水}}$,$\rho_{\text{物}}>\rho_{\text{液}}$的情况下测未知液体密度的方法)。

用上述方法测定液体的密度,步骤虽然麻烦些,但结果却是比较准确的。

2012年12月31日 编辑/黄烨