

&gt;&gt;&gt; 名师点拨

# 高考数学图表信息问题大盘点

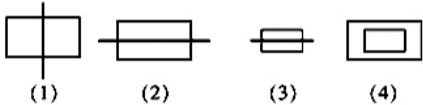
■七宝中学数学高级教师 李广学

图表信息题是高考最具生命力的创新试题,主要考查运用数学知识处理相关知识或实际问题的能力。随着二期课改的全面铺开,高考会更加关注与生活、生产紧密联系的问题,所以以图表为信息源的问题必将成为今后高考的一大热点。

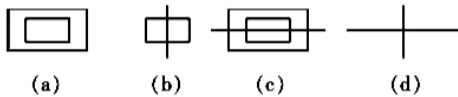
## 新定义型图形问题

新定义型图形问题不仅可考查学生的学习能力,并且可考查学生破解图形信息,从而发现问题的内在规律,考查学生分析问题和解决问题的能力。

【例1】定义A\*B, B\*C, C\*D, D\*B分别对应下列图形:



那么下列图形中



可以表示A\*D, A\*C的分别是( )。

- A. (a), (b)    B. (b), (c)  
C. (b), (d)    D. (a), (d)

【解析】在本题中通过观察图形和寻找规律可发现图形(1)、(2)、(4)中都有大长方形,而在它们的定义中都有B,故可断定B代表大长方形,以此为突破口,可知A和C都代表直线,而D代表小长方形,所以A\*D应是直线和小长方形组合, A\*C应是两直线组合,故选项为C。

## 函数中的图表问题

这类试题重点考查学生读取信息的能力,将所得信息合理转化为数学语言以及对函数图像的理解和把握,正确进行文字语言与图像语言的互化。

【例2】《中华人民共和国个人所得税法》规定,公民全月工资、薪金所得不超过1600元的部分不必纳税,超过1600元的部分为全月应纳税所得额。此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过500元的部分	5%
超过500元至2000元的部分	10%
超过2000元至5000元的部分	15%
...	...

某人一月份应交纳此项税款26.78元,则他的当月工资、薪金所得介于( )。

- A. 1600~1700元    B. 1700~2000元  
C. 2000~2300元    D. 2300~3600元

【解】估算法由 $500 \times 5\% = 25$ 元,  $100 \times 10\% = 10$ 元,所以他的当月工资应在2100~2200元之间,故选C。

## 数列中的图表问题

这类问题要求学生不仅要认真观察表中的数据,更需要对数据进行分析、计算和推理,以及较强的智力参与。

【例3】将1, 2, 3, ..., n, ...排成下表:

1							
2	3						
4	5	6	7				
8	9	10	11	12	13	14	15
...	...	...	...	...	...	...	...

- (1)求此表中第n行的最后一个数;  
(2)求此表中第n行的各数之和;  
(3)2007是此表中第几行的第几个数?

【解析】(1)第n+1行的第一个数是 $2^n$ ,故第n行的最后一个数是 $2^n - 1$ ;

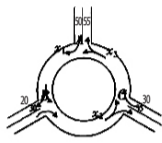
(2)设 $f(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ , 则 $f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ , 第n行的各数是 $2^{n-1} \sim 2^n - 1$ , 故第n行的各数之和为 $f(2^n - 1) - f(2^{n-1} - 1) = 2^{n-2}(3 \cdot 2^{n-1} - 1)$ ;

(3) $2^{10} < 2007 < 2^{11}$ ,  $2^{10} = 1024$ , 因此2007是此表中第11行的第984个数。

## 不等式中的图表问题

这类试题重点考查学生读取信息,并能准确识别、正确理解信息,把信息提取出来,进行合理等价转化的能力。

【例4】下图为某三岔路口交通环岛的简化模型。在某高峰时段,单位时间进出路口A、B、C的机动车辆数如图所示,图中 $x_1, x_2, x_3$ 分别表示该时段单位时间通过路段AB, BC, CA的机动车辆数(假设:单位时间内,在上述路段中,同一路段上驶入与驶出的车辆数相等),则( )。



- A.  $x_1 > x_2 > x_3$     B.  $x_1 > x_3 > x_2$   
C.  $x_2 > x_3 > x_1$     D.  $x_3 > x_1 > x_2$

【解】依题意,有 $x_1 = 50 + x_3 - 55$ ,  $\therefore x_1 < x_3$ ,  
同理 $x_2 = x_1 - 20 + 30$ ,  $\therefore x_1 < x_2$ ,  
同理 $x_3 = x_2 - 35 + 30 = x_2 - 5$ ,  $\therefore x_3 < x_2$ , 故选C。

## 三角函数中的图表问题

三角函数图表问题的关键是让学生通过信息处理,发现和三角函数性质有关的规律,比如周期性、单调性、最值、奇偶性等等,达到解决问题的目的。

【例5】设 $y = f(t)$ 是某港口水的深度y(米)关于时间t(时)的函数式,其中 $0 \leq t \leq 24$ 。下表是该港口某一天从0时至24时记录的时间t与水深y的关系:

t	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	12	15.1	12.1	9.1	11.9	14.9	11.9	8.9	12.1

经长期观察,函数 $y = f(t)$ 的图像可以近似地看成函数 $y = kA \sin(\omega t + \phi)$ 的图像。下面的函数中,最能近似表示表中数据间对应关系的函数是( )。

- A.  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{6} t, t \in [0, 24]$   
B.  $y = 12 + 3 \sin \left( \frac{\pi}{6} t + \pi \right), t \in [0, 24]$   
C.  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{12} t, t \in [0, 24]$   
D.  $y = 12 + 3 \sin \left( \frac{\pi}{12} t + \frac{\pi}{2} \right), t \in [0, 24]$

【解】观察图表可知,最大值近似为15,最小值近似为9,周期为12小时,所以 $A = 3, k = 12, \omega = \frac{\pi}{6}, \phi = 0, A$ 。

## 计算机算法图表问题

随着信息科技的发展,算法图表快速走进高考,而且考查的频率很高。这类题目对信息处理、加工、推理有比较高的要求,一般运算量小,却可达到能力考查的目的。

【例6】对任意函数 $f(x), x \in D$ ,可按图示构造一个数列发生器,其工作原理如下:

①输入数据 $x_0 \in D$ ,经数列发生器输出 $x_1 = f(x_0)$ ;  
②若 $x_1 \notin D$ ,则数列发生器结束工作;若 $x_1 \in D$ ,则将 $x_1$ 返回输入端,再输出 $x_2 = f(x_1)$ ,并依此规律继续下去。现定义 $f(x) = \frac{4x-2}{x+1}$ 。

(1)若输入 $x_0 = \frac{49}{65}$ ,则由数列发生器产生数列 $\{x_n\}$ ,请写出 $\{x_n\}$ 的所有项;

(2)若要数列发生器产生一个无穷的常数列,试求输入的初始数据 $x_0$ 的值;

(3)若输入 $x_0$ 时,产生的无穷数列 $\{x_n\}$ 满足对任意正整数n均有 $x_n < x_{n+1}$ ,求 $x_0$ 的取值范围。

【解析】解决本题的关键是应用转化思想将题意转化为数学语言。

(1) $\because f(x)$ 的定义域 $D = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ ,

$\therefore$ 数列 $\{x_n\}$ 只有三项, $x_1 = \frac{11}{19}, x_2 = \frac{1}{5}, x_3 = -1$ 。

(2) $\because f(x) = \frac{4x-2}{x+1} = x$ , 即 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ,

$\therefore x = 1$ 或 $x = 2$ , 即 $x_0 = 1$ 或 $x_0 = 2$ 时, $x_{n+1} = \frac{4x_n - 2}{x_n + 1} = x_n$ 。  
故当 $x_0 = 1$ 时, $x_n = 1$ ; 当 $x_0 = 2$ 时, $x_n = 2 (n \in \mathbb{N}^*)$ 。

(3)解不等式 $x < \frac{4x-2}{x+1}$ , 得 $x < -1$ 或 $1 < x < 2$ ,

要使 $x_1 < x_2$ , 则 $x_1 < -1$ 或 $1 < x_1 < 2$ ,

对于函数 $f(x) = \frac{4x-2}{x+1} = 4 - \frac{6}{x+1}$ ,

若 $x_1 < -1$ , 则 $x_2 = f(x_1) > 4, x_3 = f(x_2) < x_2$ ,

若 $1 < x_1 < 2$ , 则 $x_2 = f(x_1) > x_1$ , 且 $1 < x_2 < 2$ 。

依次类推可得数列 $\{x_n\}$ 的所有项均满足 $x_{n+1} > x_n (n \in \mathbb{N})$ , 综上所述, $x_1 \in (1, 2)$ , 由 $x_1 = f(x_0)$ , 得 $x_0 \in (1, 2)$ 。

## 概率统计中的图表问题

概率统计问题许多都是以图表形式出现的,哪怕没有图表,为了解决问题的方便我们也常常制作图表来解决问题。

【例7】从存放号码分别为1, 2, ..., 10的盒子的盒子中,有放回地取100次,每次取一张卡片并记下号码,统计结果如下:

卡片号码	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
取到的次数	13	8	5	7	6	13	18	10	11	9

则取到号码为奇数的频率是( )。

- A. 0.53    B. 0.5    C. 0.47    D. 0.37

【解】理解表格中的对应关系(如在取放100次后号码1共出现13次)是解决问题的前提,从表中对应关系可以发现号码为奇数的情况有1, 3, 5, 7, 9, 这些号码出现的次数分别为13, 5, 6, 18, 11, 故取到号码为奇数的频率是 $\frac{13+5+6+18+11}{100} = 0.53$ 。

【点评】这类试题比较简单,只要仔细观察表中所给的数据信息,根据题目要求,寻找规律和一些等量关系或对应关系,就能顺利解决。

## 逻辑推理中的图表问题

解题中作一些辅助性的图表,不仅有帮助思考的作用,而且图表本身常有逻辑结构,能使问题的逻辑关系直观简明地显现出来,并提供程序性操作的机会。特别是当情况较多、关系较复杂时,图形能使四面八方的联系条理化。

【例8】小张、小李、小王出生在北京、上海、武汉,他们是歌唱演员、相声演员、舞蹈演员。已知:

- ①小王不是歌唱演员,小李不是相声演员;  
②歌唱演员不出生在上海;  
③相声演员出生在北京;  
④小李不出生在武汉。

试分别确定他们的出生地和职业。

【解】将已知条件列在一张表上,由于小李的信息最多,所以应先确定小李的出生地和职业。

出生地	职业	歌唱	相声	舞蹈	
北京		①	②	③	相声
上海		④	⑤	⑥	
武汉		⑦	⑧	⑨	非李
		非王	非李		

首先,由“小李不是相声演员”知小李不在第二列,且由“相声演员出生在北京”知小李不在第一行;再由“小李不出生在武汉”知小李也不在第三行。所以,小李只能在④、⑥两位置,但由“歌唱演员不出生在上海”知第④位置不会有人,故得小李只能在第⑥位置上,即小李是出生在上海的舞蹈演员。

其次,由“小王不是歌唱演员”知,小王是相声演员,且由“相声演员出生在北京”知小王出生在北京。

最后,小张就是武汉出生的歌唱演员。