

借助数学解决物理问题的思考

——以初中电学知识为例

上海市松江区小昆山学校 杨小胜

伽利略曾说过：“大自然是用数学语言写成的。”在自然科学的发展历史中，数学和物理两门学科相互渗透、相互融合，促进了自然科学的不断进步。这对于中学物理教学具有重要的指导意义。自2007年以来，上海中考物理的试题逐渐将数形结合、比例、一次函数、二次函数等数学思想与物理情景相融合，促进了中考物理命题的改革，丰富了物理教学的内涵，提升物理教学水平，减小了初高中物理教学的梯度。所以，借助数学思想方法分析物理问题，对学习初中物理有重要意义。下面，以初中电学知识为例，做三个方面的探讨。

一、借助数学，拓展物理规律的内涵和外延。

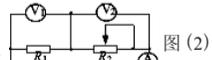
上教版初中物理教材，九年级第一学期《欧姆定律 电阻》这一节内容再现了欧姆的研究过程，通过收集数据、描点连线如图(1)，得出结论：对于某导体来说，通过它的电流和它两端加的电压成正比例。结合图(1)中所标示的点和角度可知：

$$\frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I_1} = R = \tan \alpha \quad (1)$$

$$\frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \tan \alpha = R \quad (2)$$

由(2)式可得：同一导体，通过导体的电流变化量和导体两端的电压变化量成正比。这是将数学中的三角函数和欧姆定律的图形相结合推理得出一条规律，可视作欧姆定律内涵的拓展，这条推论对于分析电学问题具有重要意义。

【例一】(2012内江)如图(2)所示，电源的电压为U，A为理想电流表，V₁和V₂为理想电压表，R₁为定值电阻，R₂为滑动变阻器，那么，当闭合开关S后，下列说法中正确的是



A. 当滑动变阻器R₂的阻值不变时，V₁的示数与A的示数之比等于R₂

B. 当滑动变阻器R₂的阻值不变时，V₂的示数与A的示数之比等于R₁

C. 当滑动变阻器R₂的阻值增大时，V₂示数的变化量与A示数的变化量的绝对值之比等于R₂

D. 当滑动变阻器R₂的阻值减小时，V₁示数的变化量与A示数的变化量的绝对值之比等于R₁

解析：这是一个串联电路动态分析

中，电表示数比值和电表示数变化量比值的问题。基于以上的(2)式，本题中D答案是正确的。其中C答案“V₂示数的变化量与A示数的变化量的绝对值之比等于R₂”之所以不成立，是因为R₂是个滑动变阻器，不满足“同一导体(阻值不变)”这个条件。

二、借助数形结合，深刻理解物理图像呈现的物理规律。

数形结合是一种古老而又重要的数学思想方法，在物理学科中也得到了广泛的应用。借助数形结合的思想方法，既可以呈现物理量之间严谨的定量关系，还可以直观呈现物理量之间的变化规律。

进一步探究：在例一的串联电路中，“V₂示数的变化量与A示数的变化量之比”等于什么呢，又是如何变化的呢？

$$\text{在串联电路中，} U_1 + U_2 = U \quad (3)$$

$$\text{因为电源电压不变，则有 } \Delta U_1 = -\Delta U_2 \quad (4)$$

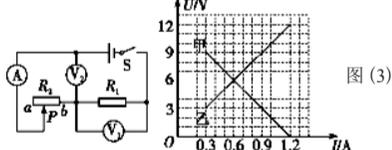
则可以得到，在串联电路中调节滑动变阻器时，

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2} = -\frac{\Delta U_1}{\Delta I_1} = -R_1 \quad (5)$$

即电压表V₂示数的变化与A示数的变化趋势相反，变化量之比等于-R₁，比值保持不变。

由例题一分析得到的(3)、(4)、(5)三式可以确定，在串联电路中调节滑动变阻器时，电阻R₁和R₂的U-I关系图像应该是严格上下对称的，是轴对称图形。过去几年全国各地的中考试题中，多次出现以这样的数形结合为基础的好题。

【例二】(2012乐山)如图所示电路，电源电压保持不变。闭合开关S，当滑动变阻器的滑片P从a端滑到b端的过程中，两个电阻的U-I关系图像如图(3)所示。则下列判断正确的是



A. 图线甲是电阻R₁的“U-I”关系图像

B. 电源电压为9V

C. 滑动变阻器R₂的最大阻值为20Ω

D. 变阻器滑片在中点时，电压表V₂示数为7.2V

解析：由例一的分析(5)式可知，图线甲是电阻R₂的“U-I”关系图像，图线乙是电阻R₁的“U-I”关系图像；

当滑片P处于a端时，R₂和U₂最大，电源电压U=U₁+U₂=9V+3V=12V；

由图线甲上的点坐标(0.3 9)可得R₂最大阻值为30Ω，由图线乙上的点坐标(0.3 3)可得定值电阻R₁的阻值为10Ω；

当滑片P处于中点时，R₂=15Ω，电压

表V₂示数为U₂=12V·15Ω/(10Ω+15Ω)=7.2V。

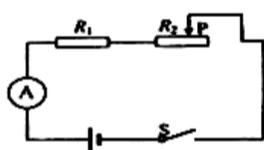
所以D答案正确。

本题中，甲、乙两条图线严格关于直线U=6V对称，符合由例一分析得到的结论。

三、借助数学，探求物理量之间的函数关系。

物理学重要的美学特征之一，便是用最简洁的数学语言描述自然界的物理规律。例如初中的物理公式G=mg，用简单的四个符号，通过g的大小不同，描述了每一个地球上物体所受重力和质量的关系。这对于物理学习也有重要的启示：物理学习不能仅满足于做题解题，还应深入研究物理量之间的函数关系，通过严谨的函数关系更好地理解物理量之间的关系。

【例三】(2012上海)在图(4)所示的电路中，电源电压为12伏且保持不变，电阻R₁的阻值为10欧，滑动变阻器R₂上标有“50Ω 2A”字样。闭合电键S后，电流表A的示数为0.3安。



图(4)

① 求电阻R₁两端的电压U₁。

② 求此时变阻器R₂两端的电压U₂及消耗的电功率P₂。

③ 现有阻值分别为R、2R的定值电阻，最大阻值分别为4R、10R的滑动变阻器，请选择定值电阻、变阻器各一个分别替换R₁、R₂，要求：在移动变阻器滑片P的过程中，电流表示数的变化量最大。

选择：阻值为___的定值电阻、最大阻值为___的滑动变阻器。

解析：对于第三个问题，基于以上的表达式(2)变形可得： $\Delta I = \frac{\Delta U}{R}$

可见，分析电流变化量的关键还在于分析电压变化量。

当R₂=0Ω时，U_{2min}=0伏，

$$\text{当R}_2\text{全部接入电路时，} U_{2\max} = \frac{R_2 U}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_{2\max} - U_{2\min} = \frac{R_2 U}{R_1 + R_2} - 0 \\ &= \frac{U}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \quad (6) \end{aligned}$$

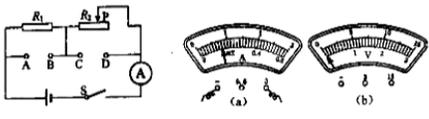
由(6)式可知，当R₁/R₂的比值最小时，ΔU最大，从而ΔI也最大。由此分析可得，当R₁=R，R₂=10R时，

$$\Delta I = \frac{\Delta U}{R} = \frac{1 + \frac{10R}{R}}{R} = \frac{10U}{11R}$$

(6)式非常清晰、简洁地展现了电压变化量ΔU和电阻R₁、R₂的函数关系，学生对物理量之间的变化关系有清晰直观的认识，跳出繁琐的常规解题步骤，能够体会到物理学科中函数关系的简洁之美。

当然，(6)式成立的前提是：滑动变阻器可以自由取值，即滑动变阻器的取值范围不受电压、电流和电表的限制。

【例四】(2013上海)在图(5)所示的电路中，电源电压为18伏保持不变，电阻R₁的阻值为10欧。闭合电键S，电流表A的示数如图(6)(a)所示。



图(5)

图(6)

① 求电阻R₁两端的电压。

② 求此时滑动变阻器R₂接入电路的阻值。

③ 现有“20Ω 2A”、“50Ω 1A”字样的滑动变阻器可供选择，有一个表盘如图(6)(b)所示的电压表可接入电路。

当选用标有___字样的滑动变阻器替换R₂，并把电压表接入___两点间(选“AB”、“CD”、“AB或CD”)，在移动滑动变阻器滑片P的过程中电压表的示数变化量ΔU最大。

求电压表示数的最大变化量ΔU_{最大}。

解析：基于例三的分析，通常情况下，当滑动变阻器能够自由取值时，电路中的电压变化量最大(不是绝对的，在此对此问题不作更多的讨论)。

当R₂=0Ω时，I_{2max}=U/R₁=18V/10Ω=1.8A>1A，所以“50Ω 1A”的滑动变阻器不可选，只能选择“20Ω 2A”的滑动变阻器。

当R₂=0Ω时，U_{1max}=18V>15V，所以电压表只能放在C、D两点间。

由(5)式可得：

$$\Delta U_{\max} = \frac{U}{1 + \frac{R_1}{R_2}} = \frac{18V}{1 + \frac{10\Omega}{20\Omega}} = \frac{18V}{1 + \frac{1}{2}} = 12V$$

从例一到例四，每一个看似不相关的问题背后的知识逻辑都是相互联系，并不断发展变化的。学习中，借助数学的思想方法可以挖掘出物理问题背后的知识逻辑，从而形成一个严密而又完整的知识体系，这对提升物理学科的思维能力，提升物理学科素养具有积极的实践意义。这一点，已经被我们的物理教学工作所证实。

以上是我们对一点实践经验的总结，以期能够抛砖引玉。

参考文献

- [1] 梁建. 基于数学思想方法的物理教学研究[J]. 物理教学, 2016(8): 49
- [2] 王永伟. 一次函数在高中物理实验中的应用[J]. 物理教学, 2016(7): 20